



**Universidad
de Valladolid**



Integrated plant-wide control and
optimization for industry4.0



Índice de Similitud: Un nuevo método de descomposición para problemas mixto-entero

Daniel Montes, José Luis Pitarch, César de Prada
Universidad de Valladolid

**Workshop final
20-21 junio, 2022**

La incertidumbre es inherente a los procesos industriales:

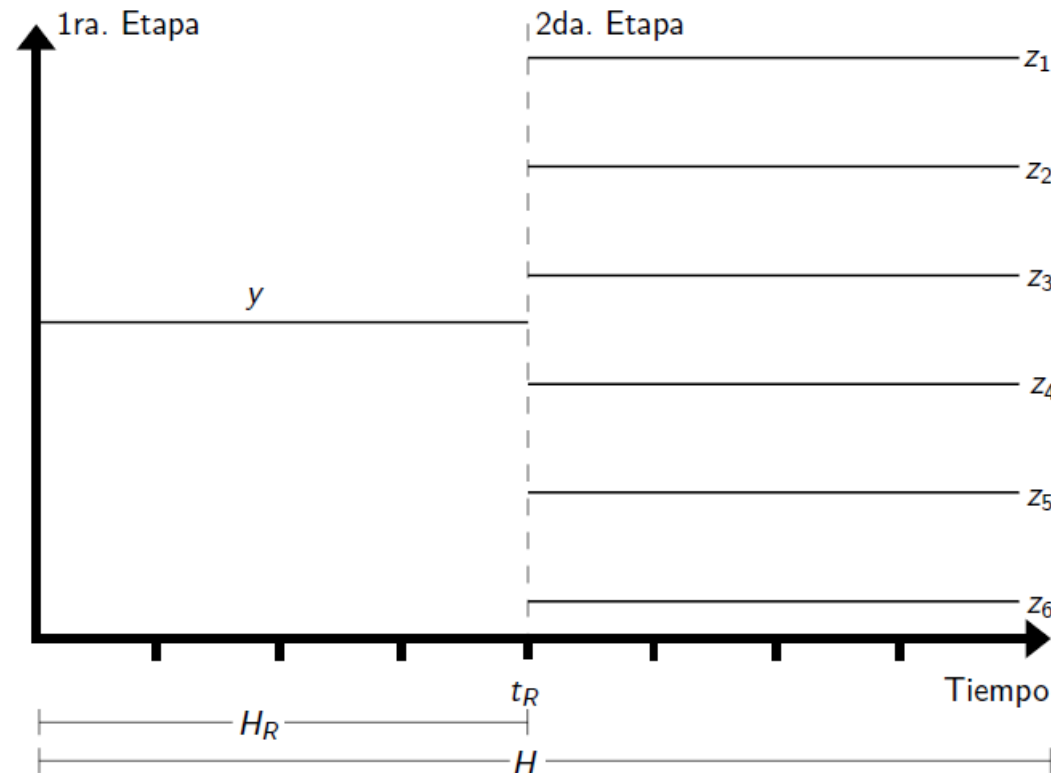
- No sabemos con precisión que va a pasar en unos días: demanda, precios, clima, disponibilidad de los equipos, etc.
- Si no se tiene en cuenta, las decisiones pueden ser muy subóptimas y la operación volverse irrealizable.
- Optimización robusta (peor caso), probabilista (chance-constrained) o estocástica (programación multietapa).

$$\begin{aligned} \min_x \quad & f(x, \theta) \\ \text{s.t.} \quad & g(x) \leq 0, \\ & h(x, \theta) \leq 0, \\ & x \in \mathcal{X} \end{aligned}$$

Donde θ son los parámetros inciertos o aleatorios y siguen una cierta función de distribución de la probabilidad.

En la programación de dos etapas, las decisiones se dividen en dos: $x = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}$

- Primera etapa (y): Aquí y ahora. No se conocen los valores inciertos pero hay que tomar una decisión ahora.
- Segunda etapa (z): Esperar y observar. Las decisiones se ajusten de acuerdo al valor observado de los parámetros inciertos

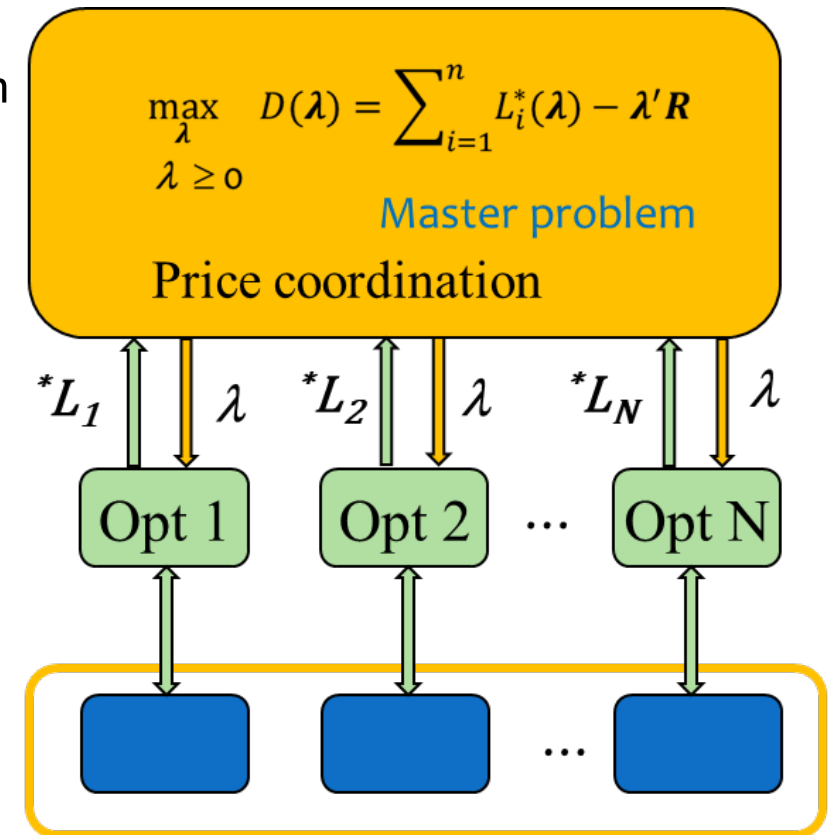


La optimización estocástica da lugar a problemas de gran dimensión son muy difíciles de resolver en tiempos razonables.

Si solo hay variables continuas, existen multitud de métodos de descomposición en la literatura que funcionan bien:

- Descomposición dual
- Descomposición lagrangiana
- ...

Sin embargo, hay muy pocos métodos para problemas que involucran variables binarias.



Un problema de scheduling de dos etapas con variables binarias de primera etapa:

$$\begin{aligned} \min_{y, z_e} \quad & c^T y + \sum_{e \in \mathcal{E}} p_e q_e^T z_e \\ \text{s.t.} \quad & Ay = b, \\ & T_e y + W_e z_e = h_e, \quad e = 1, \dots, |\mathcal{E}|, \\ & [y, z_e] \in \mathcal{X} \end{aligned}$$

Se puede usar un truco matemático para tener variables de primera etapa para cada escenario

$$\begin{aligned} \min_{y_e, z_e} \quad & \sum_{e \in \mathcal{E}} p_e (c^T y_e + q_e^T z_e) \\ \text{s.t.} \quad & Ay_e = b, \quad e = 1, \dots, |\mathcal{E}|, \\ & T_e y_e + W_e z_e = h_e, \quad e = 1, \dots, |\mathcal{E}|, \\ & y_1 = y_2 = \dots = y_{|\mathcal{E}|}, \\ & [y_e, z_e] \in \mathcal{X} \end{aligned} \quad \text{Restricción de no-anticipación}$$

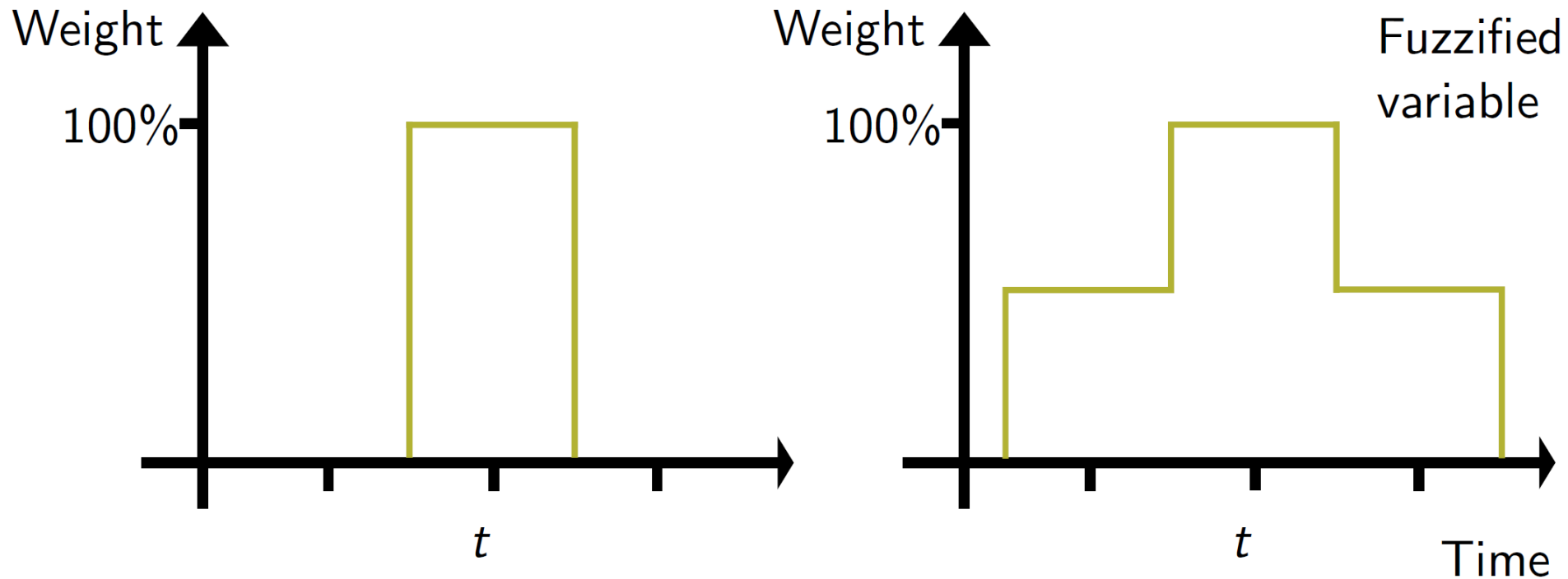
Cada escenario se podría resolver como un subproblema independiente de no ser por la restricción de no anticipación

Si se elimina la restricción de no anticipación, cada escenario es un subproblema independiente

	y_1	y_2	y_3	\dots	$y_{ \mathcal{E} }$	
						Scenario 1 eqns.
						Scenario 2 eqns.
						Scenario 3 eqns.
						\vdots
						Scenario $ \mathcal{E} $ eqns.

Queremos reemplazar la restricción de no-anticipación por un índice que mida la similitud entre las soluciones de primera etapa de los escenarios

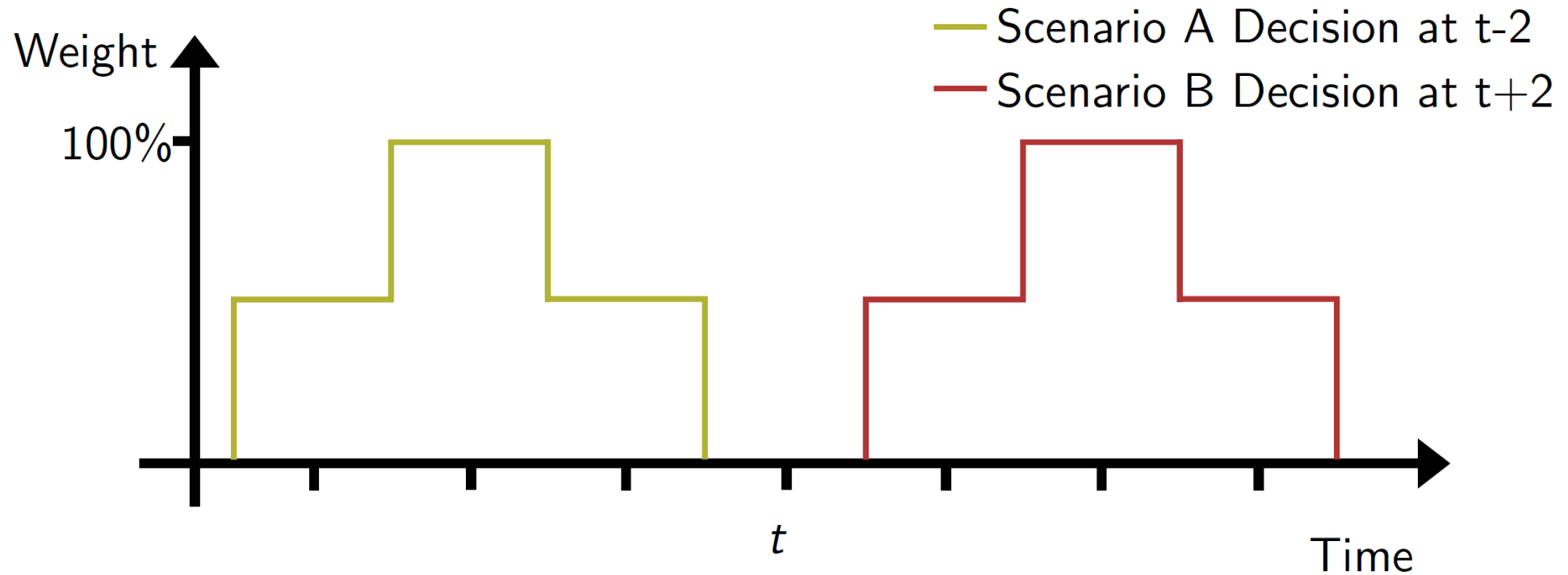
Para esto, se borrosifican las decisiones a lo largo de los periodos de tiempo próximos ^a.



Si se borrosifican la misma decisión en los otros escenarios, la intersección entre las áreas borrosificadas da el índice de similitud.

^aPalacín, C., Pitarch, J., Jasch, C., Méndez, C., & de Prada, C. (2018). Robust integrated production-maintenance scheduling for an evaporation network. *Comput. Chem. Eng.*, 110, 140–151.

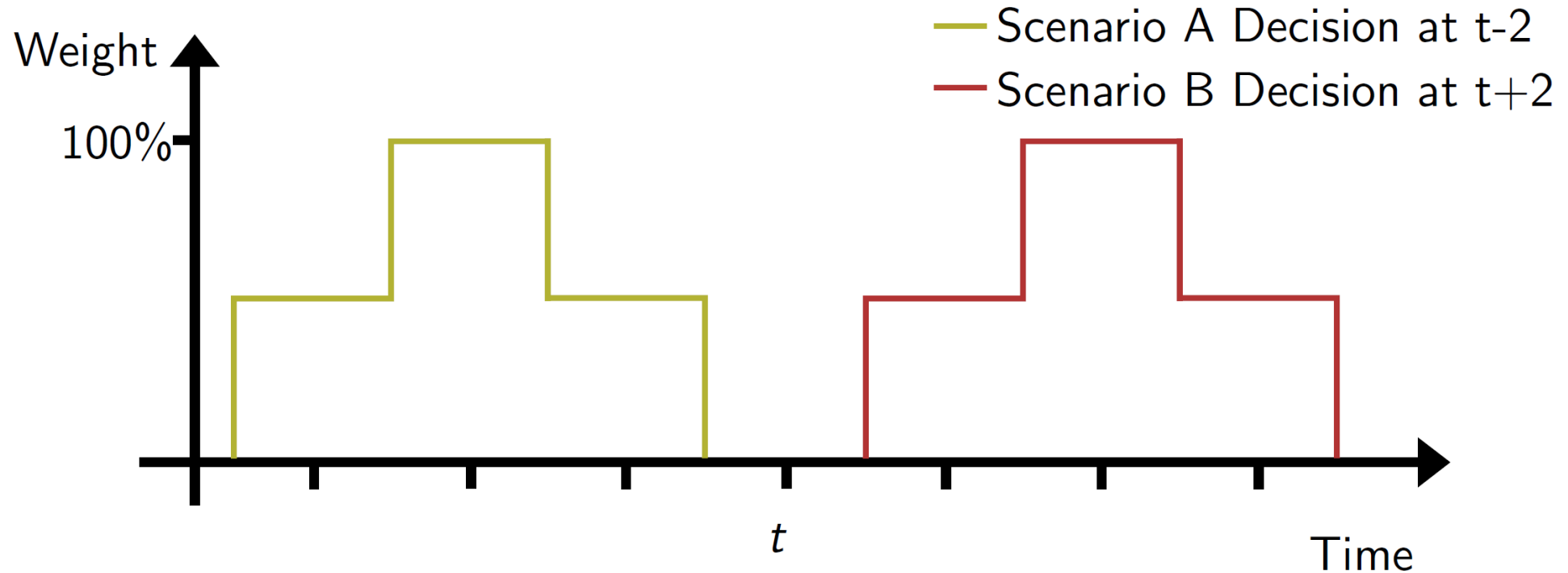
Midamos la similitud de una decisión tomada en dos escenarios diferentes en el tiempo t



Como las decisiones se toman en $t \pm 2$ y no hay intersección, las decisiones no son similares.

$$SI = 0$$

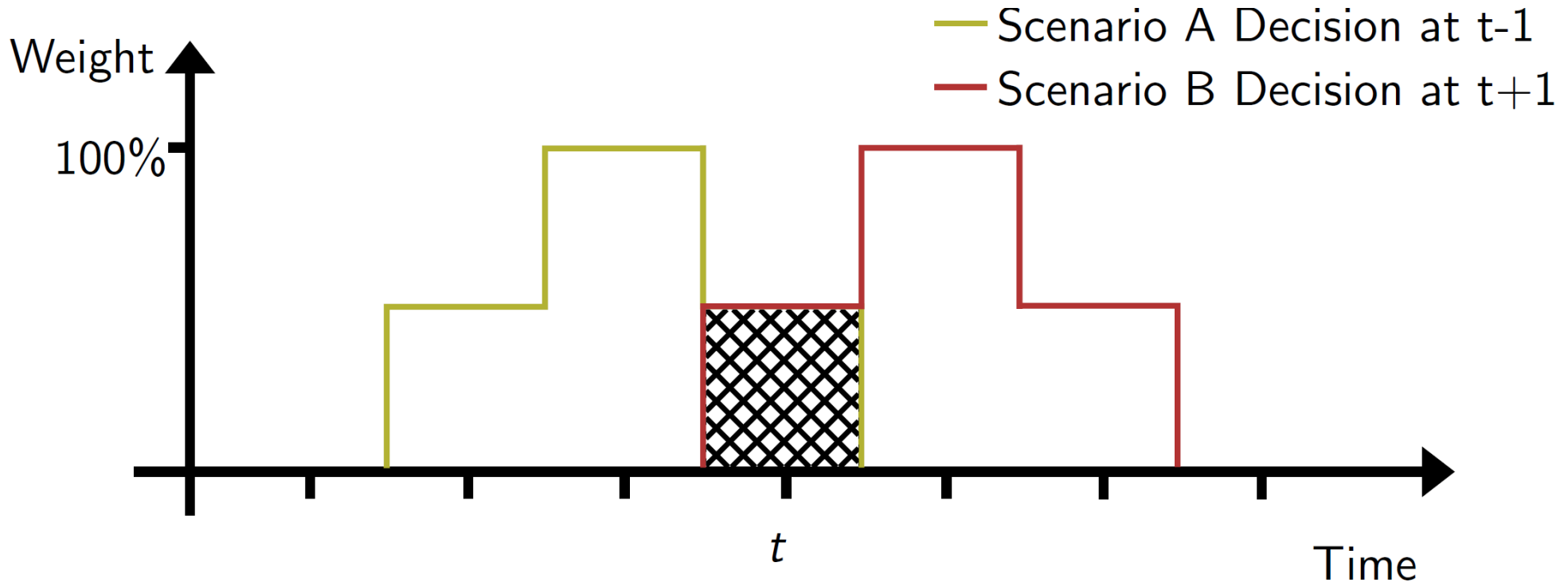
Midamos la similitud de una decisión tomada en dos escenarios diferentes en el tiempo t



Como las decisiones se toman en $t \pm 2$ y no hay intersección, las decisiones no son similares. $SI = 0$

$$\text{Similarity Index} := \frac{\text{Intersection Area}}{\text{Maximum Intersection Possible}}$$

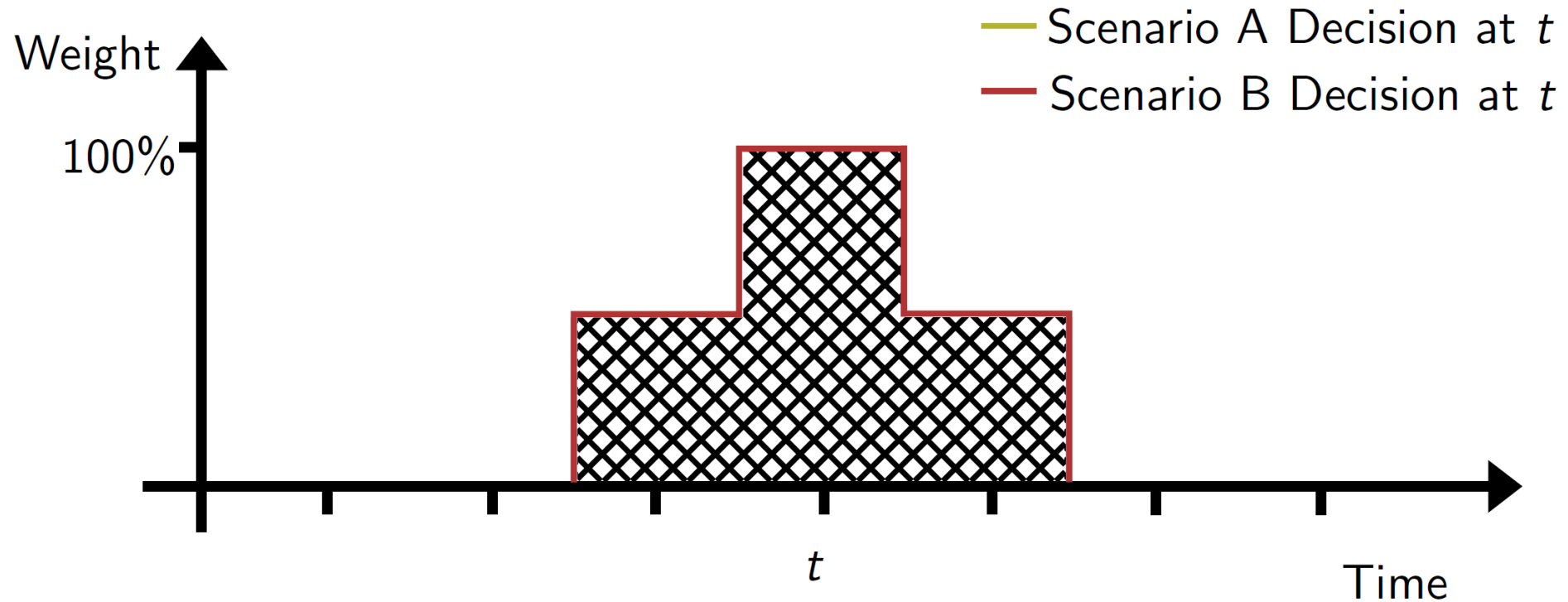
Midamos la similitud de una decisión tomada en dos escenarios diferentes en el tiempo t



Aunque las decisiones se toman en $t \pm 1$, hay intersección y las decisiones tienen cierto grado de similitud

$$SI = \frac{0.5}{2} = \frac{1}{4}$$

Midamos la similitud de una decisión tomada en dos escenarios diferentes en el tiempo t



Ambas decisiones se toman en t y la intersección es completa. Es decir, son 100% similares

$$SI = \frac{2}{2} = 1$$

Formula General

$$SI := \sum_{t=1}^{t_R} \frac{\min_{e \in \mathcal{E}} \left\{ y_{te} + \sum_{\tau=1}^{\Delta} \frac{\Delta-\tau}{\Delta} (y_{(t-\tau)e} |_{t>\tau} + y_{(t+\tau)e} |_{t+\tau \leq t_R}) \right\}}{t_R \Delta - 2 \sum_{\tau=1}^{\Delta} \tau \frac{\Delta-\tau}{\Delta}}$$

t_R : Último periodo en el horizonte robusto (primera etapa).

\mathcal{E} : Conjunto de escenarios

y_{te} : Decisiones discretas de primera etapa

Δ : Longitud del horizonte de borrosificación

Formula para $\Delta=2$

Como en las figuras previas: se tienen en cuenta el periodo anterior y el siguiente.

$$SI := \sum_{t=1}^{t_R} \frac{\min_{e \in \mathcal{E}} \left\{ y_{te} + 0.5y_{(t-1)e} |_{t>1} + 0.5y_{(t+1)e} |_{t < t_R} \right\}}{2t_R - 1}$$

Objetivo: Llegar a un índice de similitud del 100%

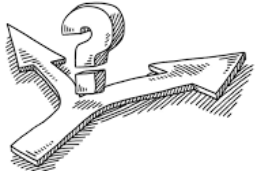
- Eliminar las restricciones de no-anticipación.
- Incluir el cálculo del índice de similitud en los subproblemas.
- Resolver cada escenario en paralelo como un subproblema independiente.
- Recoger los resultados y actualizar el parámetro de importancia del índice de similitud.
- Verificar convergencia y seguir iterando hasta alcanzar $SI = 1$

Algorithm 1 Similarity Index Decomposition

Require: α_0, k_{\max}

- 1: $k \leftarrow 0, \rho_0 \leftarrow 0, \bar{x}_t \leftarrow 0$ ▷ Initialize
 - 2: **repeat**
 - 3: **for** e in \mathcal{E} **do**
 - 4: $x_{te}^*, s_t^* \leftarrow \arg \min_{x_{te}, s_t} J_e - \rho_k SI_e$
 - 5: $SI_e^* \leftarrow SI_e(s_t^*)$
 - 6: **end for**
 - 7: $SI \leftarrow$ General formula with y_{te}^* ▷ Compute the global SI
 - 8: $\bar{y}_t \leftarrow \arg \min_{y_{te}^*} \{SI_e^*\}$ ▷ Solution with the worst SI_e
 - 9: $\rho_{k+1} \leftarrow \rho_k - \alpha (SI - 1)$
 - 10: $k \leftarrow k + 1$
 - 11: **until** $SI = 1 \vee k = k_{\max}$ ▷ Convergence check
 - 12: **return** x_{te}^*
-

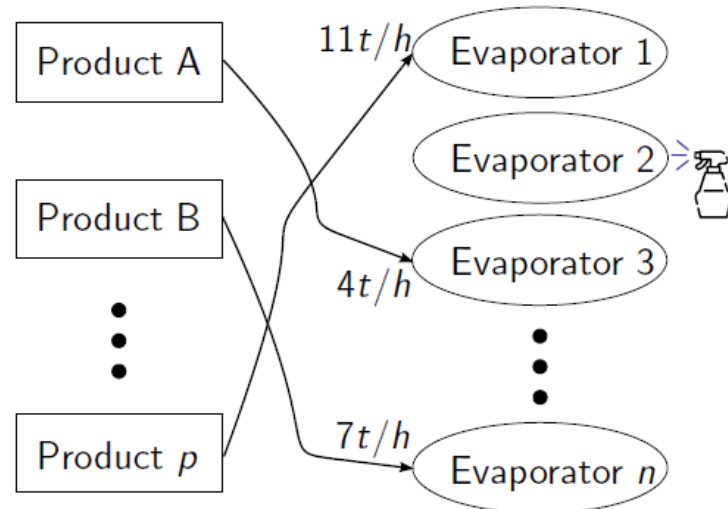
Scheduling de producción y mantenimiento de una red de plantas de evaporación para minimizar los costes de producción y ahorrar energía.



- Capacidad de evaporación (depende de la temperatura ambiente)
- Demanda de los productos

Se deben tomar las siguientes decisiones a lo largo de un mes:

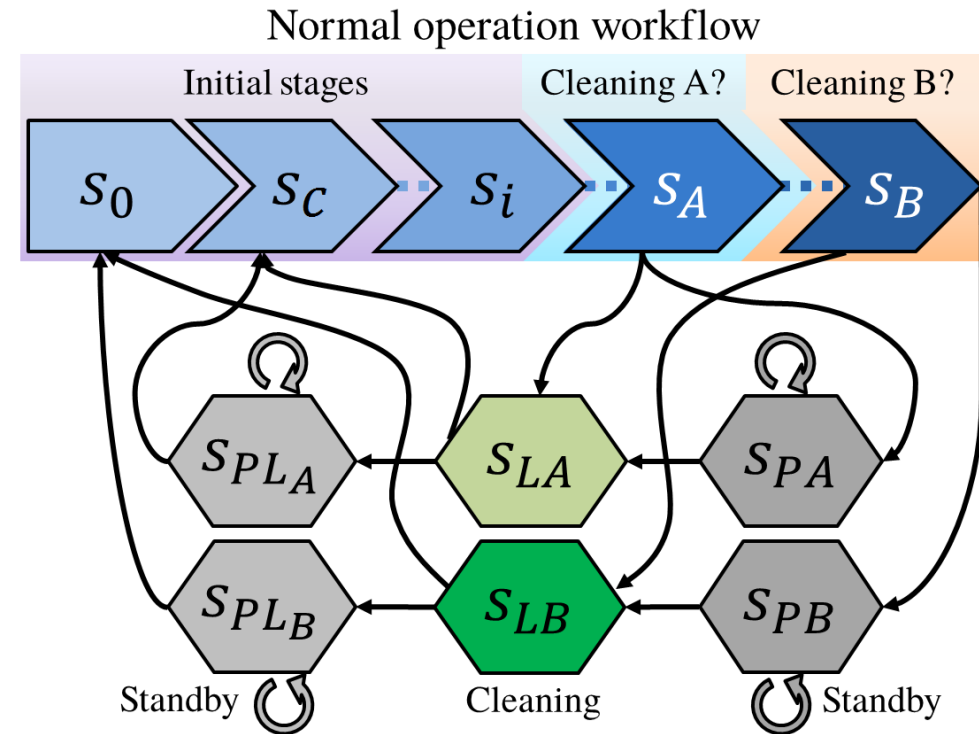
- Asignación de productos y carga a las plantas
- Estado de las plantas: Operación, standby, en limpieza



^aPalacín, C., Pitarch, J., Jasch, C., Méndez, C., & de Prada, C. (2018). Robust integrated production-maintenance scheduling for an evaporation network. *Comput. Chem. Eng.*, 110, 140–151.

Modelo:

- ✓ Representación discreta del tiempo (días)
- ✓ Horizonte de predicción: 1 mes
- ✓ Tres tipos de estados de las plantas
 - S : Operación
 - S_P : Standby
 - S_L : Limpieza
- ✓ Las etapas van evolucionando de acuerdo al nivel de ensuciamiento



El modelo es MILP. Se usó Gurobi 9.5 en GAMS 39.1 para resolver todas las instancias^b

Size	Variables	Approach	Objective	Time (s)	Iterations
3 evap., 2 prod. & 4 escenarios	21869	Monolithic	10051.6	10.45	-
		PHA	10051.6	23.24	6
		SI Decomp.	10051.6	18.42	5
9 evap., 3 prod. & 16 escenarios	196733	Monolithic	91620.3	2643	-
		PHA	91620.3	55.02	6
		SI Decomp.	91620.3	56.41	5
23 evap., 5 prd. & 16 escenarios	618242	Monolithic	527617	864000	-
		PHA	528214	12410	17
		SI Decomp.	527612	12648	3

^bIntel Xeon Gold 6130 with 16/32 threads and 256GB of RAM

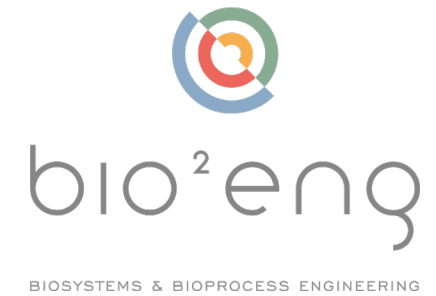
- Nuestra propuesta de método de descomposición parece lograr reducciones de tiempo de solución considerables para problemas realistas.
- La selección de los parámetros es muy importante pero depende de cada problema. Se ajustan por prueba y error pero encontramos que son más fáciles de ajustar que para el Algoritmo de Progressive Hedging.
- La convergencia y optimalidad del algoritmo aún no han sido estudiadas.
- No se ha probado la propuesta en problemas no-lineales pero debería funcionar.
- Como trabajo futuro, sería interesante extender el método a problemas multi-etapa o con representación continua del tiempo.



**Universidad
de Valladolid**



Integrated plant-wide control and
optimization for industry4.0



Índice de Similitud: Un nuevo método de Optimización Distribuida para problemas mixto

Daniel Montes, José Luis Pitarch, César de Prada
Universidad de Valladolid

**Workshop final
20-21 junio, 2022**